

PARAGRAAF 11.1 : GRAFIEKEN EN GEBIEDEN

DEFINITIE HALFVLAK

- Halfvlak = { Gebied onder / boven / links / rechts van een lijn }
- Om een halfvlak te kunnen tekenen moet je eerst de lijn zelf tekenen.
- Een halfvlak bevat altijd een \geq of \leq teken !!!

VOORBEELD 1

Teken de volgende halfvlakken

- a. $x + y \geq 10$
- b. Het gebied V, ingesloten door $x \leq 4$ en $2x - y \geq 10$
- c. Het gebied W, ingesloten door $x - y \leq 4$ en $6 \leq 3x + 2y \leq 12$

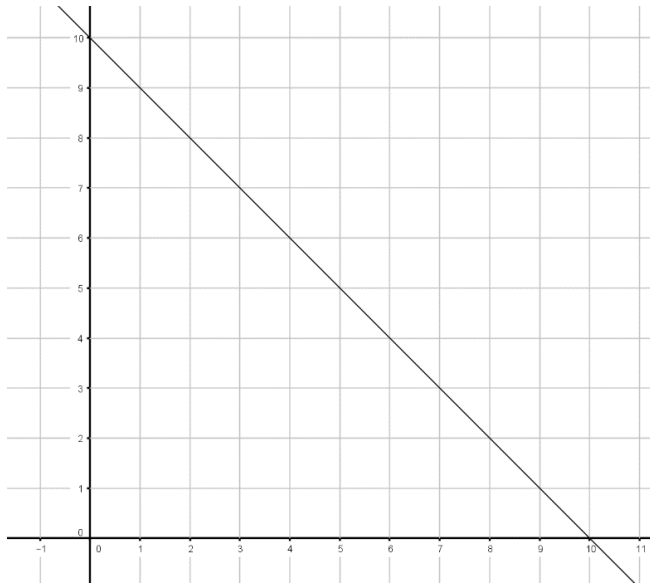
OPLOSSING 1

- a. (1) Teken eerst de lijn $x + y = 10$ (of $y = 10 - x$).

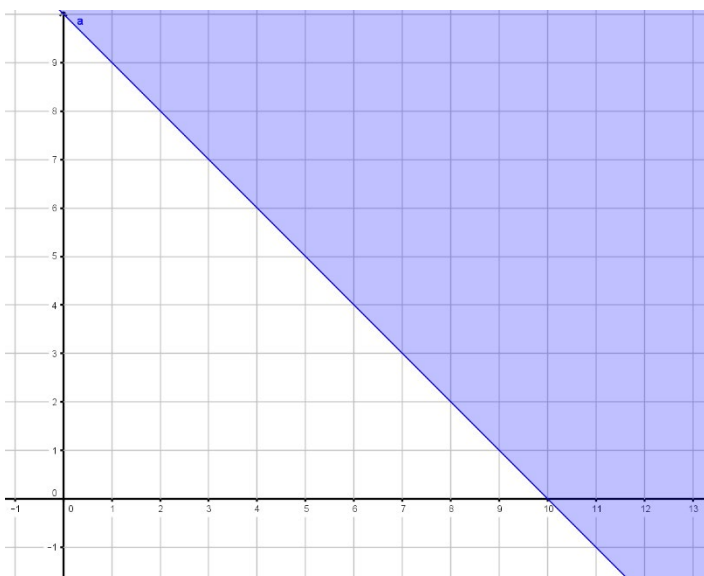
Maak een klein tabelletje :

| x | 0 | 2 |
|--------------|----|---|
| $y = 10 - x$ | 10 | 8 |

Dit geeft de grafiek :



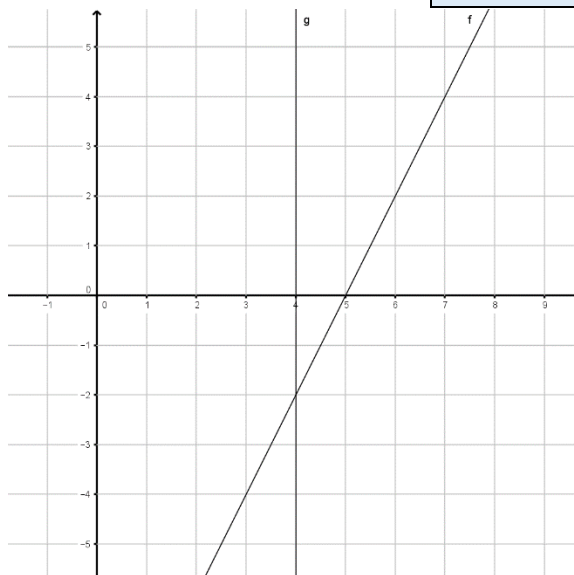
- (2) Neem punt dat **NIET** op lijn ligt, bijv (0 , 0). Vul dit in in het halfvlak. Je krijgt : $0 + 0 \geq 10$. Dit klopt niet dus het halfvlak ligt aan de andere kant :



- b. (1) Teken eerst de lijn $x = 4$ en $2x - y = 10$ (of $y = 2x - 10$)
Maak een klein tabelletje :

| x | 0 | 5 |
|---------------|-----|---|
| $y = 2x - 10$ | -10 | 0 |

Dit geeft de grafiek :



- (2) Neem punt dat **NIET** op lijn ligt, bijv (0, 0). Vul dit in beide vergelijkingen :

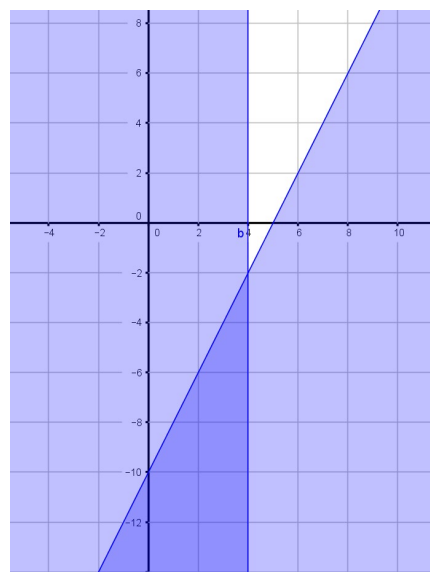
2.1) $x \leq 4 \rightarrow 0 \leq 4$

→ Klopt, dus aan de goede kant van deze lijn

2.2) $2x - y \geq 10 \rightarrow 2 \cdot 0 - 0 \geq 10$

→ Klopt niet, dus andere kant van deze lijn

Dit geeft het donkerblauwe gebied :

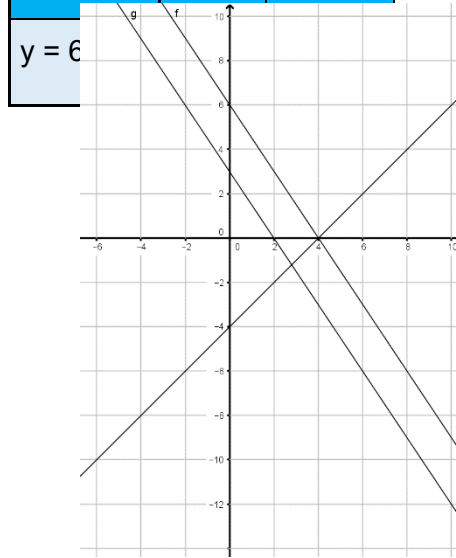


c. (1) Teken de 3 lijnen $x - y = 4$ en $3x + 2y = 12$ en $3x + 2y = 6$

Tabel :

| | | |
|----------------|----|----|
| x | 0 | 2 |
| $y = x - 4$ | -4 | -2 |
| $y = 3 - 1,5x$ | 3 | 0 |

Dit geeft de grafiek :

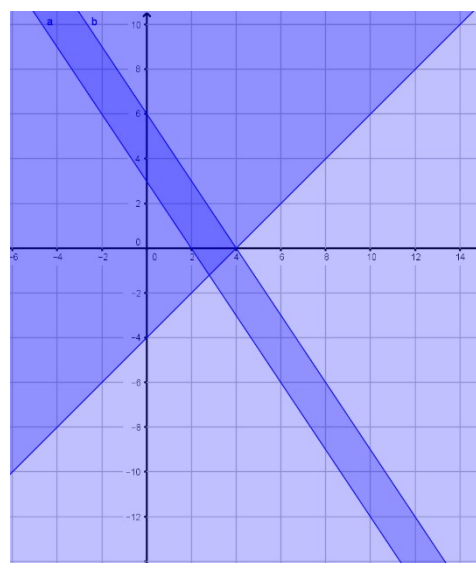


(2) Omdat het tussen twee lijnen moet liggen, hoef je dat niet te testen.

Neem punt dat **NIET** op lijn ligt, bijv (0 , 0).

Vul dit in beide vergelijkingen : $x - y \leq 4 \rightarrow 0 - 0 \leq 4$

→ Klopt, dus aan de goede kant van deze lijn. Dit geeft het donkerste blauwe gebied :



PARAGRAAF 11.2 BREUKEN EN VERHOUDINGEN

LES 1 : BREUKEN HERLEIDEN EN OPLOSSEN

VOORBEELD 1

- a. Herleid tot één breuk : $5a + \frac{2}{a} =$
- b. Herleid : $\frac{54a^2+12a}{2a} - (5a + 3) =$
- c. Toon aan dat $\frac{4}{b} \cdot \frac{3}{b-1} \cdot 7b$ te schrijven is als $\frac{84}{b-1}$

OPLOSSING 1

- a. $5a + \frac{2}{a} = \frac{5a}{1} + \frac{2}{a} = \frac{5a^2}{a} + \frac{2}{a} = \frac{5a^2+2}{a}$
- b. $\frac{54a^2+12a}{2a} - (5a + 3) = 27a + 6 - 5a - 3 = 22a + 3$
- c. $\frac{4}{b} \cdot \frac{3}{b-1} \cdot 7b = \frac{4}{b} \cdot \frac{3}{b-1} \cdot \frac{7b}{1} = \frac{84b}{b(b-1)} = \frac{84}{b-1}$

VOORBEELD 2

Gegeven $\frac{1}{a} = \frac{2}{b}$

- a. Druk b uit in a.
- b. Schrijf $\frac{a}{b} = \frac{3}{b-1}$ als $b = ..$
- c. Los algebraïsch op : $\frac{4}{x+3} = \frac{2}{x+1}$

OPLOSSING 2

a. $\frac{1}{a} = \frac{2}{b}$ (Kruiselings Vermenigvuldigen)

$$10b = 2a$$

$$b = 0,2a$$

b. $\frac{a}{b-1} = \frac{3}{b}$ (Kruiselings Vermenigvuldigen)

$$ab = 3(b-1)$$

$$ab = 3b - 3$$

$$ab - 3b = -3$$

$$b(a-1) = -3$$

$$b = \frac{-3}{a-1}$$

c. $\frac{4}{x+3} = \frac{2}{x+1}$ (Kruiselings Vermenigvuldigen)

$$2(x+3) = 4(x+1)$$

$$2x+6 = 4x+4$$

$$-2x = -2$$


$$x = 1$$

LES 2 : VERHOUDINGEN**VOORBEELD 1**

De jongens Bram, Nick en Wim hebben Pokémon Go gespeeld. De verhouding tussen het aantal gevangen Pokémon's op die dag is 3 : 5 : 9. In totaal hebben ze 153 Pokémon's gevangen.

Bereken het aantal Pokémon's dat Nick gevangen heeft.

OPLOSSING 1

- (1) In totaal zijn er $3 + 5 + 9 = 17$ delen
 - (2) 17 delen = 153 Pokémon's
1 deel = $153 : 17 = 9$ Pokémon's
 - (3) Nick heeft 5 delen dus $5 \times 9 = 45$ Pokémon's
- 

PARAGRAAF 11.3 (OMGEKEERD) EVENREDIG

DEFINITIE (RECHT) EVENREDIG

- Formule $y = ax$
- Tabel : als x twee keer zo groot, dan y ook twee keer zo groot

- In tabel : $\frac{y}{x} = \text{overal } 3$
- Grafiek is een rechte lijn

| | | | |
|---|----|----|----|
| x | 5 | 10 | 20 |
| y | 15 | 30 | 60 |

DEFINITIE OMGEKEERD EVENREDIG

- Formule $y = \frac{a}{x}$
- Tabel : als x twee keer zo groot, dan y ook twee keer zo klein.

-
- In tabel : $y \cdot x = \text{overal } 20$
- Grafiek is een hyperbool

| | | | |
|---|---|----|----|
| x | 5 | 10 | 20 |
| y | 4 | 2 | 1 |

VOORBEELD 1

Sjors had op dag vier 800 vlooien. Stel de formule op als het aantal vlooien (V)

- (recht) evenredig is met het aantal dagen (d).
- omgekeerd evenredig is met het aantal dagen (d).

Je weet dat Sjors op dag 4 een middel dat werkt heeft ingenomen tegen de vlooien.

- Welke formule is dan realistischer en waarom ?

OPLOSSING 1

a. $y = a \cdot x \rightarrow V = a \cdot d$

Punt (4, 800) invullen :

$$800 = a \cdot 4 \rightarrow a = \frac{800}{4} = 200$$

Dus $V = 200d$

b. $y = \frac{a}{x} \rightarrow V = \frac{a}{d}$

Punt (4, 800) invullen :

$$800 = \frac{a}{4} \rightarrow a = 800 \cdot 4 = 3200$$

$$\text{Dus } V = \frac{3200}{d}$$

- Formule van b) omdat het aantal vlooien daar afneemt.

VOORBEELD 2

Gegeven is dat het aantal vlooien bij Henk zich gedraagt volgens de formule

$$V = \frac{3200}{d} + 10$$

- Bereken wat de grenswaarde is. Wat betekent dit in de praktijk ?
- Bereken waarom deze grafiek dalend is.

OPLOSSING 2

a. d heel groot $\rightarrow \frac{3200}{d}$ heel klein / ongeveer 0 $\rightarrow \frac{3200}{d} + 10 = 0 + 10 = 10$

Dit betekent dat er altijd 10 vlooien over blijven.

b. $d \uparrow \Rightarrow \frac{3200}{d} \downarrow \Rightarrow V = \frac{3200}{d} + 10 \downarrow$

PARAGRAAF 11.4 FORMULES MET MEER VARIABELEN

VOORBEELD 1

Gegeven zijn $y = 10p + 2$ en $p = -5x + 4$.

- a. Neem $x = 2$ en bereken y .
- b. Druk y uit in x .

Gegeven is ook de formule $Q = y \cdot p$.

- c. Schrijf Q als functie van p .
- d. Druk Q uit in x .

OPLOSSING 1

a. $p = -5 \cdot 2 + 4 = -6$
 $y = 10 \cdot -6 + 2 = -58$

b. $y = 10p + 2 =$
 $y = 10 \cdot (-5x + 4) + 2 =$
 $y = -50x + 40 + 2$
 $y = -50x + 42$

c. $Q = y \cdot p = (10p + 2) \cdot p$
 $Q = 10p^2 + 2p$

d. $Q = y \cdot p = (-50x + 42)(-5x + 4)$
 $Q = 250x^2 - 210x - 200x + 168 = 250x^2 - 410x + 168$

VOORBEELD 2

De verkopen (V) van product A is afhankelijk van de prijs van product A (A) en van de prijs van concurrent B (B). De formule is $V = -20A + 30B - AB$.

- Bereken de verkopen als $A = 2,50$ en $B = 4,00$.
- Bereken prijs van B als er 100 producten A verkocht worden en de prijs van A 5 euro is.
- Toon aan dat bij een prijs van A van 8 euro de formule te schrijven is als $V = 22B - 160$.

Er is een verband tussen de prijs van A en B, te weten $B = -0,2A + \frac{1}{2}$.

- Toon aan dat V te schrijven is als $V = 0,2A^2 - 26\frac{1}{2}A + 15$.

OPLOSSING 2

a. $V = -20 \cdot 2,5 + 30 \cdot 4 - 2,5 \cdot 4 = -50 + 120 - 10 = 60$

b. $100 = -20 \cdot 5 + 30B - 5B$

$$100 = -100 + 25B$$

$$200 = 25B$$

$$B = 8$$

c. $V = -20 \cdot 8 + 30B - 8B$

$$V = 22B - 160$$

d. $V = -20A + 30(-0,2A + \frac{1}{2}) - A(-0,2A + \frac{1}{2})$

$$V = -20A - 6A + 15 + 0,2A^2 - \frac{1}{2}A$$

$$V = 0,2A^2 - 26\frac{1}{2}A + 15$$

PARAGRAAF 11.5 FORMULES OMWERKEN EN REDENEREN

VOORBEELD 1

- a. Gegeven is $y = \frac{2}{5x-1}$.
Druk x uit in y.
- b. Gegeven is $A = 8 - \frac{8}{T+2}$.
Schrijf T als functie van A.
- c. Gegeven is $A = \frac{p+3}{p-1}$.
Schrijf p als functie van A.
- d. Gegeven is $Z = \frac{10T+20}{3} \cdot 15 + 7$.
Schrijf deze formule in de vorm $Z = aT + b$

OPLOSSING 1

a. $\frac{y}{1} = \frac{2}{5x-1}$ (kruiselings)

$$y(5x - 1) = 2 \cdot 1$$

$$5x - 1 = \frac{2}{y}$$

$$5x = \frac{2}{y} + 1$$

$$x = \frac{2}{5y} + \frac{1}{5}$$

OF

$$y = \frac{2}{5x-1} \quad (\text{makkelijk sommetje bijv. } 2 = \frac{6}{3})$$

$$5x - 1 = \frac{2}{y}$$

$$5x = \frac{2}{y} + 1$$

$$x = \frac{2}{5y} + \frac{1}{5}$$

b. $A - 8 = -\frac{8}{T+2}$

$$-A + 8 = \frac{8}{T+2}$$

$$\left\{ y = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{6}{y} \right.$$

$$T + 2 = \frac{8}{-A+8}$$

$$T = \frac{8}{-A+8} - 2$$

c. $\frac{A}{1} = \frac{p+3}{p-1}$

$$A(p - 1) = 1 \cdot (p + 3)$$

$$Ap - A = p + 3$$

$$Ap - p = A + 3$$

$$p(A - 1) = A + 3$$

$$p = \frac{A+3}{A-1}$$

d. $Z = \frac{10T+20}{3} \cdot \frac{15}{1} + 7 = \frac{150T+300}{3} + 7$

$$Z = \frac{150T}{3} + \frac{300}{3} + 7 = 50T + 100 + 7$$

$$Z = 50T + 107$$

VOORBEELD 2

Gegeven is de formule $N = \frac{5}{t^2+4} + 3$.

- a. Bereken de grenswaarde
- b. Toon aan dat de formule van N dalend is.

OPLOSSING 2

- a. Vul in : $Y1 = \frac{5}{t^2+4} + 3$.

Kijk in de tabel bij grote waarde(n) van t (bijv t = 100000). Je ziet dan dat Y1 naar 3 toegaat.

Dus grenswaarde N = 3.

- b. Als
 1. $t \uparrow$
 2. $t^2 + 4 \uparrow$
 3. $\frac{5}{t^2+4} \downarrow$
 4. $\frac{5}{t^2+4} + 3 \downarrow$
 5. Dus N daalt